А. Р. Самигуллина

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

alsu_sam@mail.ru

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ТЕОРИИ КРИВЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА В ПАКЕТЕ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Теория кривых (поверхностей) второго порядка, тесно связанная с теорией квадрик в евклидовом пространстве и теорией приведения их к канонической форме с помощью преобразований движения, находит многочисленные приложения в математическом анализе, механике и теории поля. Повышение качества усвоения абстрактного математического материала возможно интегрированием методов математического моделирования и оснащенной динамической визуализации в компьютерном математическом пакете Maple [1 – 4]. Для создания компьютерных моделей с требуемыми свойствами необходима разработка многопараметрических программных процедур автоматизированного исследования кривых второго порядка и их визуализации, что позволит осуществить информатизацию этого важного модуля учебной программы. Решению этого вопроса и посвящена данная работа.

В работе описана библиотека программных процедур в пакете Maple автоматизированного распознавания кривых второго порядка по их общим уравнениям, приведения уравнений кривых к каноническому виду, определения параметров кривых и автоматизированного построения кривых с их элементами. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду и построение ее оснащенного графика достигаются одной командой `AnalGeo[CanonF](Eq,X,X1,s)`, где

`Eq` – общее уравнение кривой второго порядка, `X` – список координат в первоначальной системе координат в формате `[x,y]`, `X1` – список координат в новой системе координат в формате `[x1,y1]`, `s` – имя переменной угла поворота системы координат. При выполнении команды выводятся название типа кривой; матрица ее параметров (список собственных значений квадратичной формы, каноническое уравнение кривой, преобразование движения, приводящее к каноническому уравнению, список параметров $[c, \varepsilon, d]$ – [расстояние от центра до фокусов, эксцентриситет, расстояние от центра до директрис], $[a, b, p]$ – [значения осей, значение параметра в полярном уравнении]) (см. рис. 1). Одновременно с этим выводится график кривой в первоначальной системе координат с изображением всех ее значимых элементов (см. рис. 2).

"Гипербола с главной осью OY"

$$\begin{bmatrix} [\lambda_1, \lambda_2] & = & [1, -1] \\ \textit{Уравнение} & & -\frac{\xi^2}{52} + \frac{\eta^2}{52} = 1 \\ \textit{Движение} & & \left[x = \frac{\xi\sqrt{2}}{2} - \frac{\eta\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2},\ y = \frac{\xi\sqrt{2}}{2} + \frac{\eta\sqrt{2}}{2} - 6\sqrt{2}\right] \\ [c, \varepsilon, d] & = & [2\sqrt{26}, \sqrt{2}, 13^{(1/4)}\, 2^{(1/4)}] \\ [a, b, p] & = & [2\sqrt{13}, 2\sqrt{13}] \\ [\cos(\alpha), \sin(\alpha), x_0, y_0] & = & \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, -2\sqrt{2}, 6\sqrt{2}\right] \end{bmatrix}$$

Рис. 1. Исполнение команды `AnalGeo[CanonF]` с передачей параметрам следующих значений: `Eq` – уравнение (1), `X` – [x,y], `X1` – $[\xi, \eta]$, `s` – α

Рассмотрим исполнение этой команды на примере уравнения второго порядка

$$2xy + 16x - 8y - 12 = 0. \quad (1)$$

```
>Eq1=2*x*y+16*x-8*y-12=0;
AnalGeo[CanonF](Eq1,[x,y],[xi,eta],alpha);
```

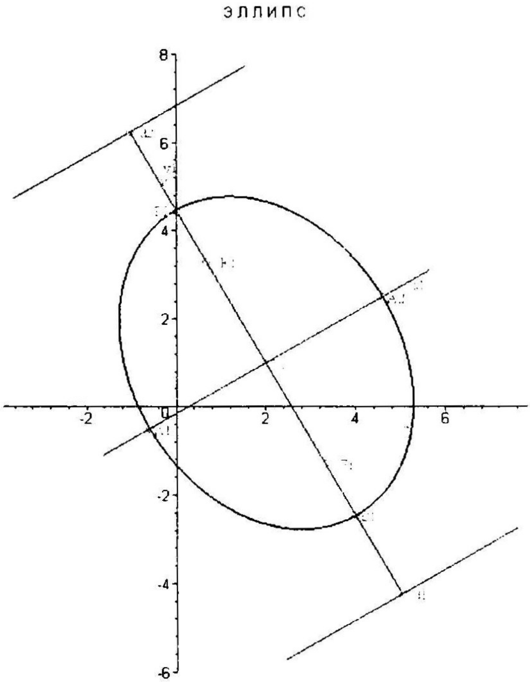

Рис. 2. Графическое исполнение команды AnalGeo[CanonF].

ЛИТЕРАТУРА

1. Проблемы информационных технологий в математическом образовании: Учебное пособие под ред. Ю.Г. Игнатьева. Казань: ТГГПУ, 2005. - 118 с.

2. Игнатьев Ю. Г. *Пользовательские графические процедуры для создания анимационных моделей нелинейных физических процессов* // Системы компьютерной математики и их

приложения: материалы международной конференции. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2009. – Вып. 10. – С. 43-44.

3. Самигуллина А. Р. *Математическое моделирование объектов линейной алгебры и аналитической геометрии в системе компьютерной математики Maple* // Вестник ТГГПУ. – 2010. – № 3 (21). – С. 69–74.

И. М. Сарварова

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

innasarvarova@rambler.ru

АНАЛОГ МЕТОДА КАСКАДНОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Речь идет об уравнении вида

$$y''(x) + a(x)y'(x) + b(x)y(x) = f(x). \tag{1}$$

В классическом каскадном методе [1, *с.* 177 – 181], разработанном для уравнения $u_{xy} + au_x + bu_y + cu = g$, существенную роль играют конструкции $h = a_x + ab - c$, $k = b_y + ab - c$: тождественное обращение в нуль любой из них обеспечивает разрешимость рассматриваемого уравнения в квадратурах. При $h \neq 0$ или $k \neq 0$ существует способ построения уравнений того же вида, что и исходное. Если для вновь построенных уравнений функции, играющие роль h, k, не обращаются в нуль, процедура продолжается многократно, приводя к целому каскаду уравнений с удвоением их числа на каждом шаге процесса. Для решения в квадратурах исходного уравнения достаточно, чтобы в квадратурах решалось хотя бы одно уравнение каскада.